МК НМУ. Первый курс. Семинар по геометрии. 7 сентября 2001 г.

1. Докажите, что композиция двух поворотов на плоскости (с разными центрами и на разные углы) также является поворотом. Можно ли определить угол этого поворота, зная углы двух исходных поворотов?

2. Какое движение является композицией отражений относительно четырёх последовательных сторон квадрата?

3. а) Пусть $l' = S_m(l)$. Докажите, что $S_{l'} = S_m \circ S_l \circ S_m$.

б) Пусть $l' = R_{O,\alpha}(l)$. Выведите формулу для $S_{l'}$.

4. Докажите, что собственное движение пространства, имеющее неподвижную точку, является поворотом относительно некоторой прямой.

5. Докажите, что любой поворот относительно прямой в пространстве есть композиция двух поворотов на $180°$.

6. Докажите, что композицию поворота и параллельного переноса в пространстве можно представить в виде композиции поворота и параллельного переноса в направлении оси поворота.

7. Докажите, что композицию двух поворотов в пространстве можно представить в виде композиции поворота и параллельного переноса.

8. Докажите, что композицию чётного числа отражений в пространстве нельзя представить в виде композиции нечётного числа отражений.

9. Преобразование T является композицией отражений относительно трёх сторон а) правильного; б) произвольного треугольника (порядок сторон фиксирован). Найдите множество точек M, для которых расстояние между M и $T(M)$ минимально.

10. Внутри выпуклого четырёхугольника $ABCD$ существует такая точка M, что треугольники AMB и CMD равнобедренные с углами $120°$ при общей вершине M. Докажите, что на плоскости найдётся точка N такая, что треугольники BNC и DNA равносторонние.