МК НМУ. Первый курс. Геометрия. 12 октября 2001 г. Листок 6

Задачи про проективные преобразования плоскости, сохраняющие окружность (они же — движения плоскости Лобачевского в модели Клейна). Далее они сокращенно называются H-преобразованиями

1. Найдите формулу, H-преобразования, переводящего начало координат в точку $(0, \alpha)$.

2. Докажите, что для любых точек круга A и B найдётся H-преобразование, переводящее A в B.

3. Докажите, что для любых хорд окружности l_1 и l_2 найдётся H-преобразование, переводящее l_1 в l_2.

4. а) Докажите, что для любой пары троек точек на окружности найдётся H-преобразование, переводящее первую тройку во вторую.

б) Докажите, что такое преобразование единственно.

5. Постройте в модели Клейна

а) биссектрису угла;

б) перпендикуляр к прямой, проходящий через заданную точку;

в) образ точки X при повороте на 180° относительно точки O;

г*) середину отрезка.

6. * Сформулируйте в модели Клейна утверждения о пересечении а) биссектрис, б) медиан и в) высот треугольника. Попробуйте доказать какие-нибудь из них.