МК НМУ. Первый курс. Геометрия. 19 октября 2001 г. Листок 7. Задачи на плоскости Лобачевского

1. Докажите, что прямая — неограниченное множество.

2. Ортогональная проекция прямой на прямую — неограниченное множество. Докажите, что прямые параллельны.

3. Докажите, что существует ровно один общий перпендикуляр к данной паре расходящихся прямых.

4. Докажите, что есть окружность, вокруг которой нельзя описать треугольник. Найдите наименьший возможный радиус такой окружности.

5. Докажите, что есть треугольник, вокруг которого нельзя описать окружность.

6. Докажите, что расстояние между параллельными прямыми равно нулю.

7. Докажите, что расстоянием между расходящимися прямыми является длина их общего перпендикуляра.

8. Пусть $\angle BAD = \angle ADC$, а точки B и C разделяются прямой AD. Докажите, что прямые AB и CD — расходящиеся.

9.* Докажите, что серединный перпендикуляр к стороне AB треугольника ABC перпендикулярен прямой, соединяющей середины сторон AC и BC.

10.* Докажите, что длина средней линии треугольника меньше половины длины противолежащей стороны.