Математический Колледж НМУ **Топология, III курс, 5 семестр**

Экзамен (9.12.2001)

1. Найдите индекс тройного самопересечения клетки Шуберта $\sigma_{2,1}$ в $G_{3,6}$.

(Ответ: 2)

2. Сколько прямых лежит на пересечении двух квадрик общего положения в $\mathbb{C}P^4$?

(Ответ: 16)

3. *Параболической кривой* на поверхности в $\mathbb{C}P^3$ называется множество точек, в которых вторая квадратичная форма поверхности вырождена (где она принимает значения?). *Специальными параболическими точками* называются точки параболической кривой, в которых ядро второй квадратичной формы касается этой кривой.

Сколько специальных параболических точек на общей поверхности степени $d = 3$ в $\mathbb{C}P^3$?

(Ответ: 54)

4. Пусть $G_k(E)$ — грассманизация комплексного векторного расслоения E ранга n над некоторой базой M. Мы рассматриваем его кольцо когомологий $B = H^*(G_k(E))$ как модуль над кольцом $A = H^*(M)$ когомологий базы. Как известно, B является свободным A-модулем ранга $C_n^k = \mathrm{rk}\, H^*(G_{k,n})$. Для всякого $u \in B$ обозначим через $\tau^* u \in A$ след эндоморфизма A-модуля B, задаваемого умножением на элемент u (т.е. след $(C_n^k \times C_n^k)$-матрицы этого эндоморфизма, записанной в произвольном базисе),

$$\tau^*(u) = \mathrm{Tr}_A(B \to B : x \mapsto ux).$$

(τ^* называется *гомоморфизмом Беккера-Готтлиба.*)

Пусть ξ — тавтологическое k-мерное расслоение над $G_k(E)$. Выразите $\tau^*(c_k(\xi)) \in H^*(M)$ через характеристические классы расслоения E:

а) при $k = 1$;

б) при $k = 2$;

в)* при произвольном k.

(Ответ: $c_k(E)$)