<u>Листок 10</u>

0. Доказать, что замыкание любой однопараметрической подгруппы в компактной линейной группе Ли есть тор.

1. Доказать, что группа $SO\,(4)$ неодносвязна. Вычислить её фундаментальную группу.

2. Доказать, что группа $SO\,(3)$ проста, т.е. любая её замкнутая нормальная подгруппа либо дискретна, либо совпадает с ней самой.

3. Доказать, что группа $SO\,(4)$ не проста, а $SO\,(5)$ - проста.

4. Доказать, что максимальный тор в связной компактной линейной группе Ли является в то же время максимальной связной коммутативной подгруппой. Верно ли обратное утверждение?

5. Выяснить, как устроены максимальные торы в группах $SO\,(n)$ и $U\,(n)$ и непосредственно доказать их сопряженность.

6. Доказать, что пересечение всех максимальных торов связной компактной линейной группы Ли совпадает с её центром.

7. Верно ли, что любая конечная Абелева подгруппа связной компактной линейной группы Ли лежит в её максимальном торе?