Задачи по курсу "Рациональные особенности", листок 4.

Срок сдачи 14 октября 2002 (письменно; на лекции, в учебную часть или ГЗ МГУ Б–718 лев).

12. а) (Первая точная последовательность.) Пусть $A \to B \to C$ — последовательность гомоморфизмов алгебр. Тогда последовательность C-модулей

$$\Omega_{B/A} \otimes_B C \to \Omega_{C/A} \to \Omega_{C/B} \to 0$$

точна.

б) (Вторая точная последовательность.) Пусть B — A-алгебра, I — идеал в B и $C = B/I$. Тогда последовательность C-модулей

$$I/I^2 \xrightarrow{\delta} \Omega_{B/A} \otimes_B C \to \Omega_{C/A} \to 0$$

точна, где $\delta\bar{b} = db \otimes 1$.

13. Покажите, что если K — конечно порождённое расширение алгебраически замкнутого поля $\Bbbk$, то существует такой базис трансцендентности $x_1, \ldots, x_n$ для $K/\Bbbk$, что расширение $K/\Bbbk(x_1, \ldots, x_n)$ сепарабельно.

14. Покажите, что пучок $Rf_*\omega_Y$, где $f : Y \to X$ — разрешение особенностей, не разложим в прямую сумму.