Задачи по курсу “Рациональные особенности”, листок 5.

Срок сдачи 4 ноября 2002 (письменно; на лекции, в учебную часть или ГЗ МГУ Б–718 лев).

15. Докажите, что композиция двух гладких морфизмов гладка. (Может пригодиться теорема о размерности слоёв.)

16. Докажите, что при композиции двух замкнутых вложений относительные канонические пучки $\omega_{X/Y}$ тензорно перемножаются.

17. Пусть $f : X \to Y$ — собственный плоский морфизм многообразий (т.е. неприводимых приведённых схем конечного типа над полем) и для некоторой точки $y \in Y$ морфизм слоя $X_y \to y$ — гладкий. Покажите, что найдётся такая окрестность U точки y, что индуцированный морфизм $f^{-1}(U) \to U$ гладок.

18. Пусть $(R, \mathfrak{m})$ — регулярное локальное кольцо. Докажите, что функторы $\mathrm{Tor}_i^R(\cdot, H_{\mathfrak{m}}^{\dim R}(R))$ и $H_{\mathfrak{m}}^{\dim R - i}(\cdot)$ изоморфны (E обозначает инъективную оболочку).