Задачи по курсу “Рациональные особенности”, листок 7.
Срок сдачи 25 ноября 2002 (письменно; на лекции, в учебную часть или ГЗ МГУ Б–718 лев).

21. Докажите, что использовавшееся в определении следа для $f\colon \mathbb{P}^n_Y \to Y$ отображение $\gamma\colon R^n f_*\omega_{\mathbb{P}^n_Y/Y} \to \mathcal{O}_Y$ не зависит от выбора однородных координат на $\mathbb{P}^n_Y$. (Воспользуйтесь предложением о следе для композиции с сечением.)

22. а) Докажите первую теорему Грауэрта–Рименшнайдера для собственного разрешения особенностей.

б) Докажите, что канонический пучок Грауэрта $K_X = \pi_*(\omega_{\widetilde{X}})$ для разрешения особенностей $\pi\colon \widetilde{X} \to X$ не зависит от выбора разрешения.

в) Докажите вторую теорему Грауэрта–Рименшнайдера: пусть X — собственное многообразие, K_X — канонический пучок Грауэрта, L — полуобильный пучок на X. Тогда $H^i(K_X \otimes L) = 0$ при $i > 0$.

23. Докажите, что функтор Rf_* перестановочен с обратным образом при плоской замене базы.

24. Пусть $f\colon X \to S$ — плоский морфизм многообразий (соотв. схем) над полем $\Bbbk$ характеристики нуль. Докажите, что множество

$$\{x \in X \mid x \text{ — рациональная особенность } X_{f(x)}\}$$

замкнуто относительно генеризации.