1. Существует ли отображение S_5 **на** S_4 (т. е. сюръективный гомоморфизм $\varphi\colon S_5 \to S_4$)?

2. Найдите целое число n, для которого $n^{13} = 4668229371502258117133839$.

3. Найдите наибольший общий делитель целых гауссовых чисел $73 + 105i$ и $503 + 58i$.

4. Является ли матрица (**а**) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$; (**б**) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ матрицей поворота евклидовой плоскости в некотором базисе?

5. Матрица билинейной формы f в базисе $\{e_1,\ e_2,\ e_3\}$ имеет вид $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 7 & 12 \\ 3 & 10 & 17 \end{pmatrix}$. (**а**) Найдите левое ядро этой формы. (**б**) Укажите какой-нибудь базис, в котором матрица квадратичной формы $g(x) = f(x, x)$ диагональна.

6. Разложите в прямую сумму циклических абелевых групп факторгруппу A/B, где A — свободная абелева группа с базисом e_1, e_2, e_3, а B — её подгруппа, порождённая f_1, f_2, f_3:
$f_1 = 9e_1 + 5e_2 + 3e_3,\ f_2 = 17e_1 + 11e_2 + 8e_3,\ f_3 = 7e_1 + 3e_2 + 8e_3$.

7. Найдите жорданову нормальную форму матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 \\ -2 & -6 & 0 & 13 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$.

Все ответы должны быть обстоятельно обоснованы. Критерии оценок: 6 задач — «5», 5 задач — «4», 4 задачи — «3». Если Вы не решили полностью 4 задачи, приходите на пересдачу в феврале. Удачи!