1. Приведите к главным осям квадратичную форму (**а**) $6x^2+4xy+3y^2$; (**б**) $xy+yz+xz$.

2. Можно ли одновременно привести к диагональному виду формы x^2-y^2 и $2xy$?

3. Найдите сигнатуру квадратичной формы $\sum\limits_{1\leqslant i<j\leqslant n} x_ix_j$.

4. (**а**) Докажите, что в $\mathbb{R}^n$ нельзя найти $n+2$ векторов, попарно образующих тупые углы (т. е. с отрицательными скалярными произведениями).

(**б**) В $\mathbb{R}^n$ даны несколько векторов, попарно образующих тупые углы. Докажите, что если выбросить любой из них, то оставшиеся линейно независимы.

5. Про набор из $nk+1$ чисел известно, что если выбросить из него любое число, то оставшиеся можно разбить на n наборов по k чисел с одинаковыми суммами. Докажите, что все числа в наборе равны.

6. В квадратную таблицу $n\times n$ записывают действительные числа. Докажите, что для произвольного выбора $4n-4$ чисел у края таблицы существует единственное заполнение внутренней части таблицы, при котором каждое число равно среднему арифметическому четырёх соседей.

7. В некоторых клетках прямоугольной таблицы записаны звёздочки; в остальные надо поставить числа ±1 так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце (где есть числа) произведение было равно 1. Докажите, что число таких расстановок есть степень двойки.