Экзамен по математическому анализу.
I семестр (пересдача).

1. Теорема Вейерштрасса о достижении максимума и минимума.

2. Фундаментальные последовательности и их примеры в конечномерном пространстве и в пространстве $C[0;1]$.

3. Доказать иррациональность числа $\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}$.

4. Найти все предельные точки множества $\left\{\frac{1}{n}+\frac{1}{m^2},\ n,m\in\mathbb{N}\right\}$.

5. Исследовать ряд на сходимость (условную и абсолютную) $a_k=(-1)^k\frac{1}{k\ln k}$.

6. Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty} x^3\left(\sin\left(\frac{1}{x}\right)-\sin\left(\frac{1}{x+1}\right)-\frac{1}{x^2+1}\right)$.

7. Вычислить $f^{(20)}(x)$, где $f(x)=\cos 2x\,\sin^2 3x$

8. Существует ли функция $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, не равная тождественной константе и такая, что $|f(x)-f(y)|\le|x-y|^{1{,}1}$ для любых x,y ?

9. Вычислить первообразную функции $\cos(\sqrt{x})$.

10. При каких значениях параметра a отображение $F: C[0,1]\to C[0,1]$, $[Fy](x)=a\int\limits_0^x\left(y^2(t)+t^2\right)dt$ переводит единичный шар пространства $C[0,1]$ в себя (т.е. из $\|y\|\le 1$ следует, что $\|Fy\|\le 1$)? При каких значениях a оно является сжимающим на единичном шаре ?

11. Равномерная непрерывность функции непрерывной на отрезке и полнота пространства $C[0;1]$.