1 вариант

1. Рассмотрим отображение $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ заданное формулой $(x,y) \to (x^2 - y^2,\ 2xy)$. Вычислить преобразование тензора $g_{ij} = \delta_{ij}$.

2. Вычислить интеграл по замкнутым кривым в $\mathbb{R}^2$, рассмотреть различные случаи $\int (x\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x)\frac{x^2+y^2+1}{((x+1)^2+y^2)((x+1)^2+y^2)} - 2\mathrm{d}y\frac{x}{((x+1)^2+y^2)((x+1)^2+y^2)}$

3. Рассмотрим сферу $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Какие из следующих функций являются функциями Морса? Найдите их особые точки. $h_1 = x^2 + y^2$, $h_2 = \sin \pi z$, $h_3 = 3x + 4y + 5z$.

4. Найти 2-форму на открытом множестве $1 < x^2 + y^2 + z^2 < 4$ в $\mathbb{R}^3$, которая была бы замкнута, но не точна.

5. Вычислить клеточные гомологии сферы с двумя ручками

———————————————————————

2 вариант

1. Рассмотрим отображение $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ заданное формулой $(x,y) \to (\frac{x}{x^2+y^2},\ \frac{-y}{x^2+y^2})$. Вычислить преобразование тензора $g_{ij} = \delta_{ij}$.

2. Вычислить интеграл по замкнутым кривым в $\mathbb{R}^2$, рассмотреть различные случаи $\int (x\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x)\frac{2x}{-}2\mathrm{d}y\frac{x^2+y^2+1}{((x+1)^2+y^2)((x+1)^2+y^2)}((x+1)^2+y^2)((x+1)^2+y^2)$

3. Рассмотрим сферу $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Какие из следующих функций являются функциями Морса? Найдите их особые точки. $h_1 = 2x + z^2 + y^2$, $h_2 = \cos \pi z$, $h_3 = x + 2y + 5z$.

4. Вычислить когомологии открытой кольцевой области $1 < x^2 + y^2 < 4$ в $\mathbb{R}^2$

5. Вычислить клеточные гомологии проективной плоскости с одной ручкой.