НЕЗАВИСИМЫЙ МОСКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

9 сентября 2003 г. 1-ый курс

ГЕОМЕТРИЯ

1) Перечислить все элементы (и их порядки) группы симметрий правильного треугольника. Перечислить все ее подгруппы. Сколько элементов в ее группе движений?
2) Ответить на те же вопросы для
   а) правильного n-угольника (рассмотреть отдельно случаи четного и нечетного n);
   б) правильного тетраэдра;
   в) куба;
   г) октаэдра;
   д) додекаэдра*;
   е) икосаэдра*;
   ж) правильной четырехугольной пирамиды.
3) Вложить геометрию квадрата в геометрию куба, геометрию окружности в геометрию сферы.
4) При каких m и n геометрия правильного m-угольника вкладывается в геометрию правильного n-угольника?
5) Пусть G — группа симметрии правильного тетраэдра. Указать такие три подмножества тетраэдра, на которых группа G действует как группа симметрий правильного треугольника. Описать подгруппы группы G, оставляющую все эти подмножества на месте.
6) Пусть G — группа движений куба. Указать такие четыре подмножества куба, на которых группа G действует всевозможными перестановками.
7) Пусть G — группа симметрий додекаэдра. Указать такие пять подмножеств додекаэдра, на которых группа G действует всевозможными перестановками.
8) Найти минимальную систему образующих для групп симметрий
   а) тетраэдра,
   б) куба.
9) Вложить геометрию куба в геометрию икосаэдра. Сколькими способами это можно сделать?
10) Найти фундаментальную область группы симметрий
    а) куба,
    б) октаэдра,
    в) правильного тетраэдра.
11) * Найти лист Мебиуса в $\mathbb{R}P^2$.