ЭКЗАМЕН 14 ДЕКАБРЯ 2003 Г.

Пожалуйста, соблюдайте следующие правила оформления работы:

1. *Работа должна иметь титульный лист, на котором написана фамилия, имя и отчество сдающего экзамен,* **И БОЛЕЕ НИЧЕГО НЕ НАПИСАНО**.
2. *Решение каждой задачи или пункта, в котором требуется ответ, должно начинаться со слова "Ответ", за которым следует ответ. Это правило нужно соблюдать, даже если в тексте решения ответ и так встречается.*

Задача 1. Точками многообразия $M = G(4,2)$ являются 2-мерные подпространства в $\mathbb{R}^4$. Подмногообразия $M_1, M_2 \subset M$ состоят, соответственно, из всех подпространств, лежащих в выделенной гиперплоскости, и из всех подпространств, содержащих выделенную прямую. Найдите индексы пересечения $\langle [M_1], [M_1] \rangle$, $\langle [M_1], [M_2] \rangle$, $\langle [M_2], [M_2] \rangle$ в гомологиях многообразия M по модулю 2.

Задача 2. Докажите, что для любого топологического пространства X имеет место равенство $H^1(X) = \mathrm{Hom}(H_1(X), \mathbb{Z})$.

Задача 3. а) Постройте клеточное разбиение надстройки $\Sigma\mathbb{T}^2$ над двумерным тором. б) Вычислите гомологии $\Sigma\mathbb{T}^2$. в) Гомеоморфна ли $\Sigma\mathbb{T}^2$ какому-либо многообразию ?

Задача 4. Сколько существует классов эквивалентности одномерных векторных расслоений а) над окружностью ? б) над n-мерным тором ? Найдите классы Эйлера всех этих расслоений.

Задача 5. Пусть $\gamma_0 \subset S^2$ — маленькая окружность (параллель), а $\gamma_1 \subset S^2$ — маленькая "восьмерка". Докажите, что не существует гомотопии гладких кривых, соединяющей γ_0 и γ_1.