1. Пусть A и B — простые алгебры над одним и тем же полем, одна из которых центральна. Докажите, что алгебра $A \otimes B$ проста. Верно ли, что тензорное произведение любых двух простых алгебр — простая алгебра?

Пусть основное поле — $\mathbb{R}$. Обозначим через $\mathrm{Cl}_{p,q}$ алгебру Клиффорда для (невырожденной) квадратичной формы сигнатуры (p,q).

2. Опишите $\mathrm{Cl}_{p,q}$ при $p+q \leqslant 2$.

3. Докажите, что имеют место изоморфизмы алгебр

$$\mathrm{Cl}_{p+2,q} \simeq \mathrm{Cl}_{2,0} \otimes \mathrm{Cl}_{q,p},$$
$$\mathrm{Cl}_{p,q+2} \simeq \mathrm{Cl}_{0,2} \otimes \mathrm{Cl}_{q,p},$$
$$\mathrm{Cl}_{p+1,q+1} \simeq \mathrm{Cl}_{1,1} \otimes \mathrm{Cl}_{p,q}\,.$$

4. Докажите, что если $p+q$ нечётно, то у алгебры $\mathrm{Cl}_{p,q}$ есть нетривиальный центр (размерности 2), а иначе центр одномерен (алгебра *центральна*). Опишите центр как алгебру в зависимости от (p,q).

5. Опишите алгебры Клиффорда над $\mathbb{R}$ (для невырожденных форм).