Римановы поверхности, листок 5

осень 2004

1. Пусть $X \subset \mathbb{CP}^n$ — замкнутое комплексное подмногообразие, не содержащееся ни в какой гиперплоскости. Докажите, что касательные пространства к X не могут все проходить через одну точку.

2. Пусть $X \subset \mathbb{CP}^n$ — замкнутое комплексное подмногообразие, не содержащееся ни в какой гиперплоскости. Докажите, что общая касательная к X гиперплоскость касается его вдоль линейного пространства.

3. Пусть X — компактная риманова поверхность рода $g \geqslant 2$. Найдите индекс пересечения $(W_1 \cdot W_{g-1})$ в $J(X)$, не пользуясь теоремой Римана о тэта-дивизоре.

4. Покажите, что всякая голоморфная функция на $\mathbb{C}^g$, удовлетворяющая функциональному уравнению для тэта-функции Римана, совпадает с ней (с точностью до умножения на константу).

5. Пусть X — компактная риманова поверхность рода $g \geqslant 2$. Покажите, что всякий ее автоморфизм, индуцирующий тождественное отображение на $H^1(X, \mathbb{Z})$, является тождественным.

6*. Что будет, если в предыдущей задаче заменить $\mathbb{Z}$ на $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$? На $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$?