Римановы поверхности: домашний экзамен

осень 2004

Решения принимаются до вечера
пятницы 17 декабря включительно

Работа должна начинаться с титульного листа, на котором написаны фамилия, имя и отчество сдающего

1. Найдите род компактных римановых поверхностей, соответствующих уравнениям:
а) $w^5 = (z-1)(z-2)(z-3)(z-4)$;
б) $w^3 + z^3 + w^5 - z^5 = 0$.

2. Особая точка плоской кривой называется *особенностью типа* E_8, если с помощью локальной биголоморфной замены координат, переводящей эту точку в $(0;0)$, можно привести уравнение кривой к виду $z^3 + w^5 = 0$. Найдите род римановой поверхности, соответствующей плоской кривой степени d с единственной особой точкой, которая к тому же имеет тип E_8.

3. Пусть $C \subset \mathbb{CP}^3$ — пересечение трансверсально пересекающихся поверхностей степени 3 и 4 и D — дивизор степени 4 на C. Покажите, что число $l(D)$ не зависит от выбора дивизора D, и найдите это число.

4. Пусть f — целая функция одного комплексного переменного. Докажите, что существует целая функция g, для которой $g(z+1) - g(z) = f(z)$ при всех z.

5. Существует ли риманова поверхность рода 2 с диагональной матрицей периодов?