**НМУ, 2 курс, анализ на многообразиях. Листок 6.**
**Интегрирование. Теорема Стокса. 21.10.2005**

**Задача 1.** Вычислить интеграл от формы

$$\Omega = x^2 dy \wedge dz + y^2 dz \wedge dx + z^2 dx \wedge dy$$

по области $D = \{-1 < u < 1, -1 < v < 1\}$ на поверхности $x = u + v$, $y = u - v$, $z = uv$.

**Задача 2.** Вычислить непосредственно и с помощью теоремы Стокса интеграл

$$\int_L \frac{ydx - xdy}{y^2},$$

где $L$ отрезок от точки $(1, 2)$ до точки $(2, 1)$ в $\mathbb{R}^2$.

**Задача 3.** Вычислить непосредственно и с помощью теоремы Стокса интеграл

$$\oint_L -x^2 ydx + xy^2 dy,$$

где $L$ окружность $x^2+y^2 = R^2$ в $\mathbb{R}^2$, пробегаемая в положительном направлении.

**Задача 4.** Вычислить

$$\oint_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$$

для любого контура $L$. Как ответ соотносится с теоремой Стокса?

**Задача 5.** Вычислить непосредственно и с помощью теоремы Стокса интеграл

$$\oint_L (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz,$$

где $L$ эллипс в $\mathbb{R}^3$, заданный уравнениями

$$x^2 + y^2 = 1, \quad x + z = 1.$$

**Задача 6.** Вычислить с помощью теоремы Стокса интеграл

$$\iint_S x^2 dy \wedge dz + y^2 dz \wedge dx + z^2 dx \wedge dy,$$

где $S$ ориентированная наружу поверхность куба в $\mathbb{R}^3$, заданного неравенствами $0 \leqslant x, y, z \leqslant a$.

**Задача 7*.** Вывести из формулы Стокса теорему Коши о вычетах.