11.12.05

Экзаменационные задачи

1. На плоскости нарисованы две окружности C_1 и C_2, пересекающиеся под углом α. Доказать, что любые две такие картинки $M\ddot{o}b^+\widehat{\mathbb{C}}$-эквивалентны. Выяснить, как устроена подгруппа $\Gamma(C_1, C_2)$, состоящая из всех дробно-линейных преобразований в $M\ddot{o}b^+(\widehat{\mathbb{C}})$, сохраняющих картинку.

2. Найти г.м.т., из которых данная прямая l видна под данным углом α.

3. Доказать, что гиперболические сдвиги вдоль сторон идеального треугольника порождают группу сохраняющих ориентацию движений плоскости Лобачевского.

4. На сфере единичного радиуса в евклидовом пространстве нарисована окружность C. Известно, что инверсия в этой окружности сохраняет не только углы, но и расстояния на сфере. Доказать, что C – окружность большого круга.

5. В гиперболическом прямоугольном шестиугольнике 3 общих перпендикуляра к парам противоположных сторон пересекаются в одной точке. Доказать.

6. Колобок K лежит на плоскости OXY, касается её в точке (1,0) и воображает себя оришаром пространства Лобачевского. Пусть γ – движение из группы $PSL_2(\mathbb{C})$, заданное матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Чему равен диаметр колобка $\gamma(K)$, если диаметр K равен 1?