Экзамен

1. Сравнить углы, лежащие против равных сторон в гиперболическом и евклидовом треугольниках со сторонами 3, 4, 5.

2. На гиперболической плоскости отмечена точка P и выбрана прямая m на расстоянии d от точки P. Вокруг точки P вращается луч l с угловой скоростью ω. Нарисовать график скорости движения точки $l \cap m$ как функции от времени.

3. На стороне равностороннего гиперболического треугольника выбрана точка, и из этой точки опущены два перпендикуляра на две оставшиеся стороны треугольника. Как нужно выбрать точку так, чтобы площадь образовавшегося четырехугольника была бы

(a) максимальной (b) минимальной возможной.

4. Среди всех выпуклых гиперболических n-угольников данной площади S найти многоугольник минимального периметра.

5. На гиперболической плоскости даны три точки.

(a) Как с помощью (гиперболических) циркуля и бесконечной линейки определить, существует ли треугольник, для которого эти точки служат серединами сторон?

(b) Если такой треугольник существует, построить его с помощью циркуля и линейки.

(c) Если три точки заданы комплексными числами z_1,z_2,z_3 в модели в верхней полуплоскости, как по тройке (z_1, z_2, z_3) узнать, существует ли треугольник?

6. На комплексной плоскости, являющейся абсолютом модели в верхнем полупространстве трехмерного гиперболического пространства, отмечены точки 0, 1, i и $\frac{1+i}{2}$. Найти группу симметрий выпуклой оболочки этих точек в трехмерном гиперболическом пространстве.