Геометрия Лобачевского. Планиметрия.

1. Сколько непересекающихся полуплоскостей можно нарисовать на плоскости Лобачевского?

2. Сколько существует различных способов взаиморасположения двух прямых? Сколько прямых, параллельных данной, можно провести через точку, не лежащую прямой?

3. Докажите, что с помощью движения можно перевести
а) любую точку плоскости в любую другую;
б) любую прямую в любую другую;
в) любую пару параллельных прямых в любую другую;
г) любую пару касающихся орициклов в любую другую.

4. Докажите, что любое движение плоскости Лобачевского можно представить в виде произведения не более чем трех отражений.

5. а) Докажите, что через точку на прямой можно провести единственный перпендикуляр к этой прямой.
б) Докажите, что через точку, не лежащую на прямой, можно провести единственный перпендикуляр к этой прямой.
в) Доказать, что если две прямые расходятся, то существует единственный общий перпендикуляр к этим прямым. Верно ли обратное утверждение?

6. а) Существует ли на плоскости правильный треугольник?
б) Нарисуйте треугольник с нулевыми углами (такие треугольники называются *идеальными*.) Докажите, что любые два идеальных треугольника можно совместить движением.

7. а) Докажите, что сумма углов треугольника не превосходит π. Что можно сказать про сумму углов многоугольника?
б) При каких n существует правильный n–угольник с суммой углов 2π?
в) Докажите, что несмежные стороны остроугольного многоугольника не пересекаются.
г) Докажите признак равенства треугольников по трем углам.

8. Докажите признаки равенства треугольников: по трем сторонам, по стороне и прилежащим углам, по двум сторонам и углу между ними,

9. Найти геометрическое место точек
а) равноудаленных от прямой;
б) равноудаленных от двух точек;
в) равноудаленных от двух прямых.

10. При каких n существует правильный прямоугольный n-угольник?

11. Доказать, что в одной точке пересекаются
а) биссектрисы треугольника;
б) медианы треугольника;
в) высоты остроугольного треугольника.

12. Построить с помощью (гиперболических) циркуля и линейки общий перпендикуляр к двум расходящимся прямым.