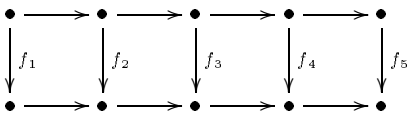
1. Пусть $f\colon A \to B$ и $g\colon B \to C$ — гомоморфизмы модулей. Постройте точную последовательность

$$0 \to \operatorname{Ker} f \to \operatorname{Ker} gf \to \operatorname{Ker} g \to \operatorname{Coker} f \to \operatorname{Coker} gf \to \operatorname{Coker} g \to 0.$$

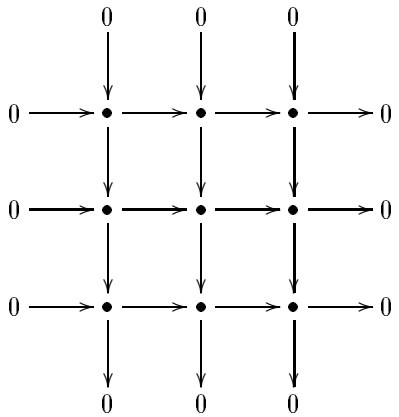
2. В коммутативной диаграмме



строки точны, а стрелки f_1, f_2, f_4 и f_5 — изоморфизмы. Докажите, что и f_3 — изоморфизм.

3. Докажите, что всякий ацикличный комплекс векторных пространств стягиваем.

4. а) В коммутативной диаграмме

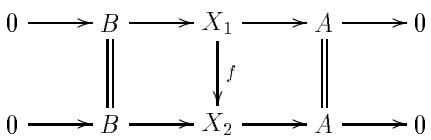


точны все столбцы и две верхние строки. Докажите, что и нижняя строка точна.

б) Пусть в той же диаграмме точны все столбцы, а также верхняя и нижняя строки. Следует ли из этого, что точна средняя строка?

5. Докажите, что морфизм комплексов является гомотопической эквивалентностью тогда и только тогда, когда его конус стягиваем.

6. а) В коммутативной диаграмме



$(*)$

строки точны. Докажите, что f — изоморфизм.

б) Точная последовательность вида $0 \to B \to \bullet \to A \to 0$ называется *расширением A с помощью B*; два расширения называются *конгруэнтными*, если существует коомутативная диаграмма $(*)$, в которой эти точные последовательности являются строками. Постройте четыре неконгруэнтных расширения $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ с помощью $\mathbb{Z}$.