ТЕОРЕМА ТОМА О ТРАНСВЕРСАЛЬНОСТИ

Задача 1. Докажите, что у векторного поля X общего положения в $\mathbb{R}^n$ а) все нули изолированы, б) если $X(a) = 0$, то $X'(a)$ — невырожденный линейный оператор.

Задача 2. Докажите, что у однопараметрического семейства f_t, $t \in [0,1]$ гладких функций общего положения (на любом многообразии) а) вырожденные критические точки возникают только при конечном количестве значений t, б) в каждой такой точке сливаются (или разделяются) ровно две невырожденных критических точки. в) Как связаны между собой индексы этих сливающихся точек ?

Будем говорить, что критическая точка a функции $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ имеет тип A_{k-1}, если в некоторой ее окрестности $U \subset \mathbb{R}$ существует такой диффеоморфизм $D : U \to U$, что $f(D(y)) = \pm y^k$. Согласно лемме Морса невырожденная критическая точка имеет тип A_1.

Задача 3. Докажите, что а) в однопараметрическом семействе общего положения функций $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ встречаются только функции с критическими точками типов A_1 и A_2, б) в n-параметрическом семействе общего положения встречаются только функции с критическими точками типов A_s, $1 \le s \le n+1$.