НЕЗАВИСИМЫЙ МОСКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

11 октября 2006 г. 1-ый курс

ГЕОМЕТРИЯ
Листок № 6

(1) Докажите, что инверсии отображает окружности или прямые в окружности или прямые.

(2) Докажите, что инверсии сохраняют углы.

(3) Докажите, что инверсия отображает любую окружность ортогональную окружности инверсии в себя.

(4) Докажите, что инверсия относительно окружности, ортогональной данной окружности, биективно отображает круг, ограниченный данной окружностью, на себя.

(5) Докажите, что инверсии сохраняют двойное отношение.

(6) Докажите корректность определения степени точки A относительно окружности: $d = |AK| \cdot |AL|$, где AKL произвольная секущая окружности.

(7) Докажите, что плоскость Лобачевского (модель Пуанкаре) однородна в том смысле, что существует изометрия, переводящая любой флаг (т.е. "полуплоскость"с отмеченной точкой на границе) в любой другой флаг.

(8) Найдите инфимум и супремум суммы углов треугольника в геометрии Лобачевского (модель Пуанкаре); достигаются ли они?

(9) Покажите, что можно замостить плоскость Лобачевского (модель Пуанкаре) правильными пятиугольниками.

(10) Докажите, что через две точки внутри круга проходит единственная окружность или прямая ортогональная границе круга.

(11) Докажите, что из любой точки на плоскости Лобачевского можно опустить перпендикуляр на любую прямую.