НМУ, римановы поверхности. Листок 4.
Дифференциальные формы на римановых поверхностях. Вычеты. 09.10.2007

Задача 1. Доказать, что на $\mathbb{C}P^1$ нет голоморфных дифференциалов.

Задача 2. Рассмотрим гиперэллиптическую кривую, заданную уравнением $y^2+R(x)=0$, где $R(x)$ многочлен без кратных нулей, соответствующим образом компактифицированную на бесконечности. Доказать, что пространство голоморфных дифференциалов является линейным пространством со следующим базисом.

a) Если $\deg R(x) = 2m+1$, то базис состоит из дифференциалов

$$\omega_i = \frac{x^i dx}{y}, \quad i = 0, \ldots, m-1.$$

b) Если $\deg R(x) = 2m+2$, то базис состоит из дифференциалов

$$\omega_i = \frac{x^i dx}{y}, \quad i = 0, \ldots, m-1.$$

Задача 3. Построить на гиперэллиптической кривой явно абелев дифференциал третьего рода Ω^{PQ}, голоморфный вне точек P и Q, в которых Ω^{PQ} имеет полюса первого порядка с вычетами $+1$ и -1, соответственно.