НМУ, римановы поверхности. Листок 6.
Пучки-III. 30.10.2007

Задача 1. Пусть X компактная риманова поверхность и $a_1, \dots, a_n$ попарно различные точки на поверхности X. Доказать, что для произвольных чисел $c_1, \dots, c_n \in \mathbb{C}$ существует мероморфная функция $f \in \mathscr{M}(X)$ с $f(a_i) = c_i$, $i = 1, \dots, n$.

Задача 2. Пусть Y относительно компактное открытое подмножество некомпактной римановой поверхности X. Доказать, что тогда существует голоморфная функция $f : Y \longrightarrow \mathbb{C}$, отличная от константы на каждой связной компоненте множества Y.

Задача 3. Доказать, что последовательность пучков

$$0 \longrightarrow \Omega^1 \xrightarrow{i} \mathscr{A}^{1,0} \xrightarrow{d} \mathscr{A}^2 \longrightarrow 0$$

на римановой поверхности X точна, где $i : \Omega^1 \longrightarrow \mathscr{A}^{1,0}$ вложение голоморфных 1-форм в гладкие $(1,0)$-формы, $\mathscr{A}^2$ пространство гладких 2-форм, а d внешний дифференциал.