Математический анализ, I курс, 2007/08 уч.г.
Листок N3, 26 сентября 2007 г.

1. Доказать существование предела $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. (Для этого можно доказать, что указанная последовательность является монотонно возрастающей, а последовательность $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$ — монотонно убывающей.) Вычислить этот предел с точностью до 0,1.
2. Последовательность $\{x_n\}$ задана рекурентным соотношением $x_1 = 1$, $x_{n+1} = \sqrt{2+x_n}$. Доказать, что последовательность $\{x_n\}$ имеет предел и найти его.
3 (по-видимому, очень сложная: на любителя). При каких положительных x сходится последовательность $x_1 = x$, $x_{n+1} = x^{x_n}$?
4. Найти предел (для различных b и положительных a) $\lim_{n\to\infty} a^n/n^b$.