НЕЗАВИСИМЫЙ МОСКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ
Спецкурс ГРУППЫ И АЛГЕБРЫ ЛИ Осень 07
Экзамен

Работу можно либо оставить в учебной части в ячейке И.М.Парамоновой, либо сдать в руки И.М.Парамоновой или В.Н.Иванову. Работы будут приниматься до 17:30 среды 12 декабря.

1. Опишите все шестимерные алгебры Ли $\mathfrak{g}$, коммутант $\mathfrak{g}'$ которых совпадает с $\mathfrak{g}$

   а) над полем $\mathbb{C}$; б) над полем $\mathbb{R}$.

2. Опишите все связные вещественные шестимерные группы Ли G, коммутант которых совпадает с G.

3. Опишите вид жордановой нормальной формы тензорного произведения $A \otimes B$ двух жордановых клеток A и B порядков m и n с собственными значениями $\lambda \neq 0$ и $\mu \neq 0$ соответственно. Результат объясните с точки зрения теории представлений группы $GL(2)$.

4. Разложите на неприводимые тензорное произведение $S^2(id) \otimes \Lambda^2(id)$ симметрического и внешнего квадратов тавтологического представления id алгебры Ли $\mathfrak{sl}(3)$. Нарисуйте весовые диаграммы всех возникающих в этой задаче представлений: $S^2(id)$, $\Lambda^2(id)$, $S^2(id) \otimes \Lambda^2(id)$ и представлений, входящих в разложение.