Тэта-функции

9 ноября 2007 года

Семинар 10

Задача 1. Пусть X – риманова поверхность. Докажите, что подгруппа классов дивизоров степени 0 в $Pic(X)$ изоморфна $Jac(X)$.
Задача 2. Найдите количество решений уравнения $2D = K_X$ в $Pic(X)$.
Задача 3. Для $\eta', \eta'' \in \mathbb{Z}^g$ найдите отношение

$$\theta\begin{bmatrix}\eta'\\ \eta''\end{bmatrix}(-\mathbf{z},\Omega)\theta\begin{bmatrix}\eta'\\ \eta''\end{bmatrix}(\mathbf{z},\Omega)^{-1}.$$

Задача 4. Докажите, что правило

$$(\eta',\eta'')\mapsto\{\mathbf{z}:\ \theta\begin{bmatrix}\eta'\\ \eta''\end{bmatrix}(\mathbf{z},\Omega)=0\}$$

определяет изоморфизм между $\frac{1}{2}\mathbb{Z}^{2g}/\mathbb{Z}^{2g}$ и множеством симметричных относительно нуля множеств вида $\mathbf{e}+\Theta$.
Задача 5. Докажите, что множество тэта-характеристик Σ изоморфно множеству симметричных $\mathbf{e}+\Theta$. Изоморфизм даётся отображением

$$D\mapsto\{I(P_1+\dots+P_{g-1}-D),\ P_i\in X\}.$$

Задача 6. Докажите, что для некоторого $D_0\in\Sigma$ выполняется

$$\triangle = I(D_0-(g-1)P_0).$$