Алгебра 3-2

1. Найдите неприводимое вещественное представление группы $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ с алгеброй эндоморфизмов $\mathbb{C}$.

Кватернионная группа Q_8 – это группа состоящая из восьми элементов $\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k$ с кватернионным законом умножения $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = -ji = k$, $jk = -kj = i$, $ki = -ik = j$.

2. Найдите четыре различных вещественных представления Q_8 степени один.

3. Найдите неприводимое вещественное представления Q_8 степени четыре.

4. Вычислите алгебру эндоморфизмов представления из задачи 3.

5. Найдите неприводимое комплексное представления Q_8 степени два.

6. Вычислите алгебру эндоморфизмов представления из задачи 5.

7. Докажите что групповая алгебра $\mathbb{R}[Q_8] = \mathbb{R} \oplus \mathbb{R} \oplus \mathbb{R} \oplus \mathbb{R} \oplus \mathbb{H}$, где $\mathbb{H}$ обозначает гамильтоновы кватернионы.

8. Докажите что над алгебраически замкнутым полем (например $\mathbb{C}$) имеется лишь одна конечномерная алгебра с делением.