Листок 10

1. Пусть мы оказываемся от условия, что игрок помнит свои прошлые ходы (то есть неотличимые вершины просто должны иметь одинаковый набор ходов). Приведите пример игры, в которой нет равновесия Нэша в смешанных стратегиях.

2. "Два участка лесоповала". Есть n игроков, причём это количество велико. Есть два участка, где валят лес. На первом участке k участников повалят $k - \frac{k^2}{n}$ единиц леса, на втором $4k - \frac{2k^2}{n}$ единиц.

Найдите равновесия Нэша при лесоповале, если выигрыш игрока пропорционален количеству поваленного им леса. Найдите равновесия Нэша при лесоповале, если выигрыш игрока равен одной n-й доле общего количества поваленного леса.

3. "Пожертвование". Два игрока — главы, скажем, образовательных учреждений — разговаривают с меценатом. Он предлагает пожертвовать одну копейку первому учреждению; если первый игрок отказывается — предлагает пожертвовать две копейки второму учреждению; затем четыре копейки первому, и так далее. Когда он хочет предложить сумму больше миллиарда рублей, он её просто жертвует тому учреждению, которому предложил бы её по очереди. Игроки хотят получить максимальное пожертвование, каждый — для своего учреждения. Какие в этой игре равновесия? Совершенные на подыграх равновесия?

4. "Повторяемая дилемма заключённых". Пусть два игрока играют в дилемму заключённых бесконечно много раз подряд, причём каждый раз ставки падают на 1 процент. Докажите, что в ней есть равновесие Нэша, совершенное на подыграх, при розыгрыше которого оба игрока всегда помогают друг другу.

Можно ли достичь того же результата путём конечного многократного повторения фиксированное число раз?

5. "Делёж рынка". Есть две фирмы — лидер и преследователь. Каждый может производить продукцию за a рублей за единицу. Есть предельная цена, которую кто-либо готов платить, M рублей. Каждый выбирает объём производства в штуках, после чего весь товар расходится по цене $M - Q$, где Q — суммарное производство. Каждая фирма хочет максимизировать свою прибыль.

Найти равновесия Нэша, если издержки равны, а объём производства выбирается одновременно. Хуже или лучше для преследователя, если он знает объём производства лидера, выбирая свой?

6. "Встреча на отрезке". Два игрока живут в местах, равновероятно распределённых среди целых точек отрезка $[0; 5]$. Они сообщают друг другу, где они якобы живут, и встречаются посередине. Каждый хочет встречаться поближе к дому.

Найти равновесия Нэша.

Можете ли Вы изменить правило определения места встречи так, чтобы было равновесие, где игроки на самом деле встречаются посередине? Такое, чтобы они говорили правду?