Листок 2

1. Докажите, что для любого n найдётся $\varepsilon > 0$, такое что для любого числа бросаний симметричной монеты, большего n, вероятность отклонения числа выпадений орла от половины числа бросаний больше, чем на n штук, будет больше ε.

2. Сколько раз достаточно подбросить симметричную монету, чтобы вероятность отклонения доли выпадений орла от 0.5 более, чем на 0.001 была не больше 0.001?

3. Докажите, что вероятность того, что число выпадений орла в бросании симметричной монетки n раз отклонится от $\frac{n}{2}$ ровно на k падает с ростом n и с ростом k.

4. Найдите асимптотическое распределение для марковского процесса:
начальное состояние — 0, переходы из него возможны в 1, 2, 3 (равновероятно). Из 1 возможны равновероятные переходы в 4, 2 и 1. Из 2 — равновероятные переходы в 0, в 3 и в 6. Из 3 — переход с вероятностью 1 в состояние 0. Из 4 и из 5 — возможны равновероятные переходы в состояния 5 и 4. Из 6 переход в 6 имеет вероятность 1.

5. Докажите, что любой процесс, в котором следующее состояние зависит от фиксированного количества предыдущих, является проекцией марковского.

6. Пусть система сигнализации имеет какую-то вероятность пропустить опасность, возникающую с вероятностью p, и какую-то вероятность ложного срабатывания. При этом любое срабатывание системы сигнализации обходится нам в C, а пропущенная угроза — в $L > C$. При каких соотношениях на p, L, C (а также вероятности срабатывания при условии отсутствия и наличия опасности) может быть выгодно пользоваться системой, у которой вероятность отсутствия опасности при условии отсутствия сигнала меньше, чем вероятность отсутствия сигнала при условии наличия опасности? Выгодно — значит, выгоднее, чем системой, которая всегда подаёт сигнал, и чем системой, которая никогда не подаёт сигнал.

7. Охотник сегодня добудет 1 зверя с вероятностью$\frac{1}{6}$, 2-х зверей с вероятностью $\frac{2}{6}$ и 3-х зверей с вероятностью $\frac{3}{6}$. Вы присоединяетесь в случайный момент, поэтому равновероятно увидите от 0 до всех сегодняшних попаданий. Какова вероятность увидеть хотя бы два попадания? Какова вероятность увидеть ещё одно попадание, если с момента встречи уже случилось ровно одно?