Листок 3

1. Можно ли построить граф без петель и вероятности перехода блуждающей по нему точки, так что за конечное время распределение вероятности нахождения точки станет равномерным?

2. Найдите условное математическое ожидание суммы выпавших очков на двух симметричных кубиках при условии меньшего из количеств очков, выпавших на них.

3. Точка блуждает по вершинам правильного 5-угольника, на каждом шаге переходя равновероятно по одному из двух рёбер из текущей вершины. Начальная вершина фиксирована. Будет ли блуждание иметь асимптотически равномерное распределение? Будет ли конечный момент, когда вероятность нахождения точки в каждой вершине будет одна и та же?

Те же вопросы, если разрешены (и все равновероятны) переходы по сторонам и диагоналям.

4. Есть три заключённых, один из которых случайным образом был выбран для помилования. Решение ещё не объявлено. Один из заключённых попросил стражника назвать непомилованного человека (не его). Стражник назвал имя. Заключённый решил, что с учётом дополнительной информации он может оценить своб вероятность помилования как $\frac{1}{2}$.

Но его рассуждения не зависят от ответа стражника, что нехорошо, так как сам факт вопроса на вероятность помилования не мог повлиять. Где ошибка в его рассуждениях и что он на самом деле должен был понять про вероятности помилования для трёх заключённых?

5. Найдите условное математическое ожидание суммы выпавших очков на двух симметричных кубиках при условии количества очков, выпавших на первом из них.

6. Происходят подбрасывания симметричной монетки до первого выпадения орла. За каждое выпадение решки платят вдвое больше, чем за предыдущее, начиная с 1 рубля. Какое математическое ожидание выплаченной суммы? Сколько разумно заплатить за то, чтобы эти выплаты (в одной серии подбрасываний) делались в Вашу пользу?

7. При каких условиях на вероятности ложного срабатывания и пропуска события условная вероятность того, что событие произошло, больше при его “необнаружении”, чем при “обнаружении”? Может ли это происходить при вероятности каждой из ошибок меньшей, чем $\frac{1}{2}$?