Листок 9

1. Три человека из-за смертельной обиды (попарной) стреляются на пистолетах. Сначала случайно выбирается, в каком порядке они будут стрелять. На каждом ходу очередной стреляющий выбирает, в кого он будет стрелять (или стреляет в воздух). С вероятностью α, β, γ соответственно — в зависимости от того, кто стреляет — пуля убивает выбранного соперника, иначе пострадавших не оказывается.

Какие оптимальные стратегии (если они есть)? Какие вероятности выживания? Какие равновесия Нэша? Как частный случай рассмотреть $\alpha = 1, \beta = 0.9, \gamma = 0.6$.

2. "Дилемма заключённых". Игроков два (заключённые), у каждого есть две стратегии поведения на допросе: сотрудничество со следствием и отказ. Если оба заключённых помогают следствию, они получают небольшие сроки (выигрыш -2). Если оба заключённых отказываются сотрудничать, они получают условное наказание по другому обвинению (выигрыш -1). Если сотрудничать соглашается только один, то его оправдывают (выигрыш 0), а второй получает максимальное наказание (выигрыш -3).

Позитивный вариант: каждый из двух глав лабораторий может либо получить грант размера N для своей лаборатории, либо (как эксперт без прямой заинтересованности) убедить выдать вдвое больший грант для другой лаборатории.

Найти строго доминируемые стратегии. Найти равновесия Нэша.

3. Делёж рынка. Есть две фирмы — лидер и преследователь. Лидер может производить продукцию за a рублей за единицу, а преследователь — за b рублей. Есть предельная цена, которую кто-либо готов платить, M рублей. Каждый выбирает объём производства в штуках, после чего весь товар расходится по цене $M - Q$, где Q — суммарное производство. Каждая фирма хочет максимизировать свою прибыль.

Какое равновесие Нэша в дележе рынка если преследователь выбирает объём выпуска одновременно с лидером (не знаю выбор лидера) и если преследователь знает решение лидера при принятии своего решения? Издержки считайте равными.

Почему преследователю невыгодно иметь дополнительную информацию?

4. Есть два игрока. Первый игрок покупает симметричные кубики, по копейке за штуку. Второй игрок может после этого купить восьмигранники, по 2 рубля за штуку, но не более n. Второй игрок бросает игральные кости. После этого один кубик уничтожается (если кубиков нет, первого игрока штрафуют на один рубль и игра заканчивается). Первый игрок бросает оставшиеся кубики (но не восьмигранники). Если у второго игрока выпало больше, чем у первого, то первый платит второму 10 рублей, иначе второй платит первому 10 рублей.

Найти оптимальные стратегии.

Пусть начальные капиталы, которые разрешено тратить на покупки, равномерно распределены от 0 до 20 рублей с шагом в 1 копейку. Что можно сказать про УМО числа очков, выпавших у второго игрока при условии числа очков, выпавших у первого игрока?