Алгебра 6

Мы находимся в мире антикоммутативных многочленов от переменных $\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_N$.

0. для однородных многочленов f и g какова связь между fg и gf?

Определим производную $\partial/\partial\xi_i$ по правилу для монома $\alpha = \xi_i\beta$, β не содержит ξ_i положим $\partial\alpha/\partial\xi_i = \beta$, для монома α не содержащего ξ_i, положим $\partial\alpha/\partial\xi_i = 0$

1. Докажите что для любого многочлена α

$$\xi_i\partial\alpha/\partial\xi_i + \partial(\xi_i\alpha)/\partial\xi_i = \alpha$$

2. Правило Лейбница. Найдите формулу для производной произведения однородных многочленов.

3. Для квадратной матрицы $A = (a_i^j)$ положим $\eta_I = \sum a_i^j\xi_j$ ($\overline{\eta} = A\overline{\xi}$). Докажите что $\eta_1\eta_2\cdots\eta_n = d(A)\xi_1\xi_2\cdots\xi_n$ для некоего числа $d(A)$ и найдите это число.

4. Пусть η как в предыдущей задаче. Найдите коэффициент перед $\xi_i\xi_j$ в многочлене $\eta_p\eta_q$.

5. Пусть однородный квадратичный многочлен f таков что $ff = 0$. Докажите что он разложим в произведение линейных $f = \alpha\beta$.

6.Пусть однородный квадратичный многочлен f таков, что $\alpha f = 0$ для ненулевого линейного α. Докожите что f делится на α: $f = \alpha\beta$ с линейным β.