Ключевые понятия и утверждения

Аффинное многообразие, проективное многообразие, квазипроективное многообразие. Топология Зарисского. Касательное пространство, особая точка. Теорема Безу.

Рациональные функции, регулярные рациональные функции. Рациональные отображения, регулярные рациональные отображения. Прообраз аффинного/проективного/квазипроективного многообразия при регулярном рациональном отображении — аффинное/ проективное/ квазипроективное многообразие.

Отображение Сегре, декартово произведение проективных многообразий. График отображения. Образ проективного многообразия при регулярном рациональном отображении — проективное многообразие.

Нётеровы кольца, теорема Гильберта о базисе. Нётеровы модули, нётеровость конечнопорождённого модуля над нётеровым кольцом.

Соответствие аффинных многообразий и идеалов в кольце многочленов. Разложение на неприводимые многообразия. Случай алгебраически замкнутого поля: максимальные идеалы кольца многочленов, теорема Гильберта о нулях, соответствие неприводимых многообразий и простых идеалов.

Градуированные кольца и модули. Координатное кольцо, соответствие проективных многообразий и градуированных идеалов в кольце многочленов. Функция Гильберта, существование многочлена Гильберта. Размерность и степень проективного многообразия.

Комплексы и точные последовательности модулей. Свободная резольвента, теорема Гильберта о сизигиях. Комплекс Кошуля. Проективные, инъективные, плоские модули, функторы Ext и Tor, независимость от резольвенты, длинные точные последовательности.

Категории, функторы, морфизмы функторов. Абелевы категории. Предпучки и пучки. Когомологии пучка локально-постоянных функций. Общее определение алгебраического многообразия. Отображения алгебраических многообразий.

Литература

М.Атья, А.Макдональд, Введение в коммутативную алгебру
И.М.Гельфанд, Ю.И.Манин, Гомологическая алгебра.
М.Рид, Алгебраическая геометрия для всех
Дж. Харрис Алгебраичекая геометрия. Начальный курс.
И.Р.Шафаревич, Алгебраическая геометрия
D. Eisenbud, Introduction to Commutative Algebra