"ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ"

Г. Колюцкий, Д. Филимонов, А. Фишкин, И. Щуров

Задачи к лекции 1

Определение 1. Система $\dot{x} = v(x)$, $x \in \mathbb{R}^2$ называется *диссипативной*, если существует диск (компакт), в который входит за конечное положительное время решение с любым начальным условием (и остаётся в нём).

(1) (a) Постройте пример гладкого векторного поля с бесконечным числом предельных циклов.
    (b) Докажите, что если у гладкой диссипативной системы бесконечное число предельных циклов, то существует их последовательность, накапливающаяся к полициклу.

(2) Пусть U — компактная область на плоскости, в которой у векторного поля v нет особых точек. Пусть $\varphi(t)$ решение, удовлетворяющее условию $\forall t \geq 0$: $\varphi(t) \in U$. Тогда ω_{φ_0} — это периодическое решение.

НМУ, ОСЕНЬ 2009 ГОДА