Задачи по группам Ли – 1

1. а) Докажите, что связная компонента единицы G_0 группы Ли G является в ней нормальной подгруппой Ли. **б)** Найдите группу компонент G/G_0 для $G = O(3,\mathbb{R})$, $G = O(2,1,\mathbb{R})$.

2. а) Докажите, что нормальная дискретная подгруппа связной группы Ли содержится в ее центре. **б)** Докажите, что фундаментальная группа любой группы Ли коммутативна.

3. Найдите фундаментальную группу группы Ли **а)** SU_n; **б)** $SO_n(\mathbb{R})$; **в)** $SL_n(\mathbb{R})$.

4. а) Докажите, что связная одномерная группа Ли изоморфна либо $\mathbb{R}$, либо S^1. **б)** Опишите все гомоморфизмы между одномерными группами Ли.

5. Верно ли, что гомоморфный образ группы Ли является подгруппой Ли?