

### Алгебра 3-2

1. Найдите неприводимое вещественное представление группы  $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$  с алгеброй эндоморфизмов  $\mathbb{C}$ .

Кватернионная группа  $Q_8$  – это группа состоящая из восьми элементов  $\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k$  с кватернионным законом умножения  $i^2 = j^2 = k^2 = -1$ ,  $ij = -ji = k$ ,  $jk = -kj = i$ ,  $ki = -ik = j$ .

2. Найдите четыре различных вещественных представления  $Q_8$  степени один.

3. Найдите неприводимое вещественное представления  $Q_8$  степени четыре.

4. Вычислите алгебру эндоморфизмов представления из задачи 3.

5. Найдите неприводимое комплексное представления  $Q_8$  степени два.

6. Вычислите алгебру эндоморфизмов представления из задачи 5.

7. Докажите что групповая алгебра  $\mathbb{R}[Q_8] = \mathbb{R} \oplus \mathbb{R} \oplus \mathbb{R} \oplus \mathbb{R} \oplus \mathbb{H}$ , где  $\mathbb{H}$  обозначает гамильтоновы кватернионы.

8. Докажите что над алгебраически замкнутым полем (например  $\mathbb{C}$ ) имеется лишь одна конечномерная алгебра с делением.