

1. Для любого $v \in V_K$ покажите, что проектирование $\mathbf{A}_K \rightarrow K_v$ – непрерывно.
2. Покажите, что любое компактное подмножество аделей \mathbf{A}_K лежит в некотором $\mathbf{A}_{K,S}$ и любое компактное подмножество иделей J_K лежит в некотором $J_{K,S}$.
3. (Конечные адели и иделы)

Конечные адели $\mathbf{A}_{K,f}$ определяются как адели (алгебраически и топологически) без архимедовых множителей. Например, $\prod_p \mathbf{Z}_p$ – открытое множество вокруг нуля в $\mathbf{A}_{\mathbf{Q},f}$.

- (a) Покажите, что поле \mathbf{Q} – плотно в $\mathbf{A}_{\mathbf{Q},f}$. (Замечание: Для любого числового поля K , K – плотно в $\mathbf{A}_{K,f}$ или даже в аделях, в которых ровно один множитель не используется в построении.)
- (b) Покажите, что $\mathbf{A}_{\mathbf{Q}} \cong \mathbf{R} \times \mathbf{A}_{\mathbf{Q},f}$ как топологические группы.
- (c) Определите *конечные иделы* $J_{K,f}$ точно так же как $\mathbf{A}_{K,f}$. Изоморфны ли $J_{\mathbf{Q}}$ и $\mathbf{R}^\times \times J_{\mathbf{Q},f}$ как топологические группы, и плотно ли \mathbf{Q}^\times в $J_{\mathbf{Q},f}$?