

Старые задачи \mathbb{R}^n

4.1[2.4] Докажите, что из числовой последовательности можно выбрать монотонную подпоследовательность.

4.2[2.8] Покажите, что условие стремления к нулю в принципе вложенных шаров является необходимым: приведите пример, когда искомое пересечение пусто.

4.3[3.4] Покажите, что $(\hat{X}, \hat{\rho})$ — полное метрическое пространство, в которое естественным образом изометрично вкладывается X . Что есть $\hat{\mathbb{Z}}, \hat{\mathbb{Q}}, \hat{\mathbb{R}}$?

4.4 Рассмотрим три базы топологии на \mathbb{R} : $B_1 = \{(a, b) | a < b\}$; $B_2 = \{[a, b) | a < b\}$; $B_3 = \{(a, +\infty) | a < b\}$. Обозначим \mathbb{R}_i топологическое пространство, построенное по базе B_i . В частности, \mathbb{R}_1 — классическая прямая. Сформулируйте на языке анализа необходимое и достаточное условие того, что отображение
а) $f: \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_1$, **б)** $f: \mathbb{R}_1 \rightarrow \mathbb{R}_2$, **в)** $f: \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_1$ непрерывно.