

Повторение — мать учения

- 7.1[6.2]** Существует ли разрывная функция на плоскости, ограничение которой на любую прямую непрерывно?
- 7.2[6.3]** Существует ли разрывная в каждой точке функция на плоскости, такая что ограничение ее на любую горизонтальную и любую вертикальную прямую непрерывно?
- 7.3[6.4]** Существует ли непрерывная функция f на отрезке $[0, 1]$, такая что для всякого $c \in [0, 1]$ множество уровня $f^{-1}(c)$ имеет мощность континуум?

Связность топологических пространств

- 7.4** Пространство X несвязно тогда и только тогда, когда его можно непрерывно отобразить на хаусдорфово пространство, состоящее из двух точек.
- 7.5** Пусть X — топологическое пространство, а $\{U_\alpha\}_{\alpha \in A}$ — такое семейство связных подмножеств, что для некоторого α_0 выполняется $U_\alpha \cap U_{\alpha_0} \neq \emptyset$ при всех $\alpha \in A$. Покажите, что $\cup A_\alpha$ — связное подмножество.
- 7.6** Приведите пример счетного связного хаусдорфова пространства. Существует ли метрическое счетное связное пространство?
- 7.7** Докажите, что всякое локально связное пространство является несвязным объединением связных локально связных пространств.
- 7.8** Докажите, что для подмножеств прямой \mathbb{R} понятия связности и линейной связности эквивалентны.
- 7.9** Докажите, что всякое (локально) линейно связное пространство (локально) связно. Приведите пример связного, но не линейно связного пространства.
- 7.10** Докажите, что замыкание связного подмножества связно.
- 7.11** Покажите, что образ связного локально связного пространства при непрерывном отображении может не быть локально связным пространством.
- 7.12** Докажите, что Хаусдорфово пространство, являющееся образом отрезка при непрерывном отображении, связно и локально связно.
- 7.13** Докажите, что всякий связный локально связный компакт является непрерывным образом отрезка.

На закуску

- 7.14[Задача о бутерброде]** Докажите, что бутерброд с колбасой (соотв. ветчиной) можно одним разрезом поделить на две части так, чтобы куски содержали равное количество хлеба и равное количество колбасы (соотв. ветчины).