НМУ, 2 курс, анализ на многообразиях. Листок 8.
Когомологии де Рама. 14.11.2011.

В данном листке под когомологиями подразумеваются исключительно когомологии де Рама. При решении задач данного листка запрещено использовать изоморфизмы с другими когомологиями, а также «готовые» формулы вроде Майера-Виеториса, Кюннета и т.д.

Задача 1. Найдите когомологии плоскости без одной точки $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

Задача 2. Найдите когомологии двумерного тора $\mathbb{T}^2$.

Задача 3*. Найдите когомологии n-мерного тора $\mathbb{T}^n$.

Задача 4. Найдите когомологии $\mathbb{S}^2$.

Задача 5. Доказать, что отображение

$$\omega \mapsto \int_{\mathbb{S}^n} \omega$$

задает изоморфизм $H^n(\mathbb{S}^n) = \mathbb{R}$.

Задача 6*. Найдите когомологии $\mathbb{S}^n$.

Задача 7*. Найдите когомологии $\mathbb{R}P^n$.

Задача 8. Пусть $M = M_1 \sqcup M_2$ (дизъюнктное объединение). Докажите, что $H^p(M) = H^p(M_1) \oplus H^p(M_2)$.

Задача 9*. Найдите $H^i_c(\mathbb{R}^2)$.

Задача 10*. Доказать, что для компактного симплектического многообразия M группа $H^2(M)$ нетривиальна.