



Верно ли, что эта последовательность случайных величин сходится почти наверное? Является ли эта последовательность периодической?

**4.** Ценный прибор может сломаться в любую секунду.

Приборы из первой партии равновероятно работают целое количество секунд от одной до некоторого  $T - 1$ . Приборы второй партии могут сломаться с некоторой вероятностью  $p$  за каждую секунду, пока они ещё исправны.

Известно, что математическое ожидание времени успешной работы приборов из двух партий одинаково. В каждой партии  $N$  штук приборов.

а) Для какой из партий условное математическое ожидание количества исправных приборов в момент  $\frac{T}{2}$  при условии количества исправных приборов в момент  $\frac{T}{4}$  больше?

б) Есть ли два момента времени  $T_1 < T_2$ , такие что условные математические ожидания количеств исправных приборов в момент  $T_2$  при условии количества исправных приборов в момент  $T_1$  --- одинаково распределённые случайные величины?

**5.** Чему равна энтропия количества выпавших единиц при бросании 10 симметричных кубиков?

**6.** Играют два игрока. Сначала втайне от игроков выбирается случайным образом одна из двух монеток. На одной монетке с вероятностью  $\frac{3}{4}$  выпадает 0, а с вероятностью  $\frac{1}{4}$  выпадает 1, на второй, наоборот, с вероятностью  $\frac{3}{4}$  выпадает 1, а с вероятностью  $\frac{1}{4}$  выпадает 0.

После этого происходит два хода. На каждом ходу игроки одновременно втайне друг от друга выбирают 0 или 1. После этого бросается выбранная перед игрой монетка.

В каждом раунде единственный угадавший получает 10, а если угадывают оба --- каждый получает по 1. Если игрок не угадал, он получает 0.

а) Найдите хотя бы одно смешанное равновесие Нэша, устойчивое на подыграх.

б) Опишите все смешанные равновесия Нэша, устойчивые на подыграх.

в) Найдите энтропию распределения ``протоколов" игры (протокол включает результаты всех бросаний монеток и ходы игроков).

**7.** При передаче двоичным кодом оказалось, что передача символа 1 в два раза дороже, чем передача символа 0.

Какой самый дешёвый в среднем префиксный код для передачи результата бросания симметричного кубика?

**8.** Из 1000 первокурсников случайно выбрали 240 человек и провели анонимный опрос. Каждый опрошенный равновероятно доставал из мешка одну из карточек: ``Да", ``Нет", ``Помните

ли Вы таблицу умножения?". Все участники почему-то поверили в эффективность такой схемы и отвечали честно, если доставали карточку с вопросом, а иначе отвечали как написано на карточке. В результате опроса оказалось, что ``да" ответило 90 человек, а ``нет" ответило 150 человек.

Стоит ли отвергнуть гипотезу, что половина первокурсников знает таблицу умножения в пользу альтернативной гипотезы, что таблицу умножения знает лишь треть студентов?

Как оценить долю студентов, знающих таблицу умножения, без априорной гипотезы?

**9.** Три студента пишут контрольную работу. Имеется 9 задач, но времени хватит только на то, чтобы попробовать решить четыре из них. Каждый студент решит первую задачу с вероятностью 90%, вторую задачу с вероятностью 80%, и так далее вплоть до девятой задачи с вероятностью правильного решения 10%. За каждую задачу, которую кто-нибудь решил, ставится количество баллов, равное частному  $b$  и количества решивших.

Найдите все смешанные равновесия Нэша.

Экзаменатор

(Раскин М. А.)