# Домашнее задание 2

**2.1.** Выведите из формулы Пьери вторую формулу Якоби–Труди,

$$s_\lambda = \det(e_{\lambda_i^*+j-i}).$$

(Указание: раскройте определитель по последнему столбцу и воспользуйтесь предположением индукции. Следствие: в сочетании с первой формулой Якоби–Труди это показывает, что $\omega(s_\lambda) = s_{\lambda^*}$.)

**2.2.** Докажите, что **а)** $\prod_{i,j}(1 + x_i y_j) = \sum_\lambda e_\lambda(x) m_\lambda(y)$; **б)** $\prod_{i,j}(1 + x_i y_j) = \sum_\lambda s_{\lambda^*}(x) s_\lambda(y)$.

*Многочлены Ньютона* определяются как $p_k(x_1, \ldots, x_n) = x_1^k + \ldots + x_n^k$; как обычно, положим еще $p_\lambda = p_{\lambda_1} \cdot \ldots \cdot p_{\lambda_k}$.

**2.3. а)** Докажите, что

$$H(t) = \sum_\lambda \frac{1}{z_\lambda} p_\lambda t^{|\lambda|},$$

где $z_\lambda$ — некоторые числа. (Указание: $(1 - w)^{-1} = \exp(w + \frac{w^2}{2} + \frac{w^3}{3} + \ldots)$.)

**б)** Докажите, что $p_\lambda$ — ортогональный базис и вычислите $\langle p_\lambda, p_\lambda \rangle$.

Решения этого задания нужно сдать в письменном виде до 17:00 (т.е. до начала лекции) 2 октября 2013 г.