

## 9. Девять геометрий

**Задача Дня.** *Релятивистский прожектор.* Ракета летит мимо наблюдателя со скоростью 200000 км/с. Прожектор на ракете освещает угол  $180^\circ$  перед ней в системе отчета, связанной с ракетой. Какой угол освещает прожектор с точки зрения наблюдателя?

**9.1.** Найдите обратное для данного а) дуального; б) двойного; числа  $z = a + be$ ,  $|z| \neq 0$ .

**9.2.** Четыре точки плоскости а) Галилея; б) Минковского; попарные расстояния между которыми ненулевые, лежат на одном цикле, если и только если двойное отношение соответствующих им а) дуальных; б) двойных; чисел вещественно.

**9.3.** Сформулируйте и докажите в каждой из 9 геометрий аналоги:

а) теоремы Микеля о 6 окружностях (см. 3.3b); б) теоремы Мебиуса (см. 3.4 и 8.4).

**9.4.** Любая биекция плоскости  $Oxt$ , переводящая прямые в прямые, причем прямые с угловым коэффициентом  $\pm 1$  — в прямые с угловым коэффициентом  $\pm 1$ , является композицией преобразования Лоренца и симметрии.

*Пространство скоростей* — это множество векторов скоростей всех равномерных движений на плоскости в некоторой системе отсчета. Преобразование скоростей при переходе в новую систему отсчета будем считать *движением* пространства скоростей.

**9.5.** а) Какую из 9 геометрий имеет пространство скоростей в классической механике?

б) Какую из 9 геометрий имеет пространство скоростей в теории относительности?

в) Угол между скоростями тел  $A$  и  $B$  относительно тела  $O$  равен углу  $AOB$  в пространстве скоростей в соответствующей геометрии.

г) Какой ответ в Задаче Дня предсказывает классическая механика?

### Сданные решения

Абрамов 1.1ab2b, 2.12abd, 3.1ab2a, 6.123a, 7.12a-c, 8.12ab	Акимова 1.12ab4, 2.1, 3.3a, 4.123a4b, 6.23a
Астафаев 1.1b $\mp$ c2a, 5.13a $\pm$ b	Байдаков 1.1ab23ab $\frac{1}{2}$ c $\pm$ 4a $\pm$ c $\pm$ , 2.34ac $\frac{1}{2}$ , ЗДIII, VI $\mp$ , 4.14a, 6.2d-f3b $\pm$ 4ab, 7.12c
Безадунова 8.2a	Билан 1.1ab2b, 2.12a $\pm$ c $\pm$ d $\pm$ f $\frac{1}{2}$ h
Бура 1.1ab2a3b4, 2.2a-d34a, 3.12a3ac, 4.12, 6.12a-d3b, 7.12ac, 8.12abe	Васильев 2.1a, 3.2a3a $\pm$
Габдурахманов ЗД I, 2.12abd, 4.12a	Гацолаева 1.2a
Гринько 1.123c4ab5a $\pm$ , 2.134a, 4.12a3a	Даровских 1.1ab, 3.1a2a, 4.12, 5.1b2a, 6.2abd3a
Долгирев ЗД I, III, 2.12a34abc $\frac{1}{2}$	Думанский ЗД I
Елшин 1.1ab3c	Ерошенко 1.1-1.4
Замятин 1.1-5abc $\pm$ , 2.12a-fh3-5 $\pm$ !, 3.1ab $\pm$ 23, 4.123a4a-de $\pm$ , 5.1a2a3, 6.12a-g34b, 7.1ac2b $\pm$ cd mod	(abc)4a $\pm$ !bcd $\frac{1}{2}$ , 8.2ab $\pm$ ce
Заславский ЗД I, II, 3.1-3	Измаилов 1abc $\pm$ 2a34abc $\pm$
Казанцев 1.12a3c4ab $\pm$ c $\pm$ , ЗД III	Каратушин 1.1a $\frac{1}{2}$
Кельвич 1.1	Кириллов 4.13a
Киселёв 1.1ab234a5ab, 2.12a-d34a, 3.12ab $\pm$ !3ab, 4.123a4abf, 5.4, 6.23, 7.12a-d, 8.12a-f	
Коваленко 1.1b2b4c, 2.12a-c34ab, 3.1a2ab3a, 4.12ab3a, 5.1a2a34, 6.23b, 7.2b $\Rightarrow$ c8.2ac	Королев 1.1ab
Котельников 1.1ab	Краснов 1.1ab2a4c, 3.2a
Кравцов 1.123ac4ab $\pm$ c $\pm$ 5a, 2.12a-ce, 4.123a4d5, 6.2a-d3a	Крайнохов 4.13a
Круль 1.12ab34, 2.12a-f34a, 3.12a, 4.123a4bd, 8.12a-cef	Лагуновская 1.1ab3bc $\pm$ , 2.12a34ab, 3.2a, 4.12
Литвинов 1.1a $\Rightarrow$ b2a, 2.2a $\frac{1}{2}$ b $\pm$ de $\frac{1}{2}$ f $\pm$	Лященко 1.1ab, 2.12a-c
Маслов 1.1ab2, 2.1, 4.12ab, 8.12a-c	Матушкин 1.12a4, 2.2a-f34, ЗД III, 4.123a4abd, 5.1a3, 6.23c4
Мещихин 1.2a3c, 8.1	Михайлов 1.1ab2a $\pm$ b $\mp$ 3b4b $\mp$ , 2.12ab34a, 3.123a, 4.12a3ab4abdf-i, 5.1a2ab, 6.12a-d, 7.1ab2ab5ab
Молоков 1.1ab24c, ЗД II-III, 4.12a, 5.1a3, 8.12ac	Неугодов 1.1ab3c4a
Никитин 1.1ab3bc4c, 3.1b2a, 4.12, 6.23a4c, 8.12ab	Новак 1.1a $\Rightarrow$ b, 3.2ab $\pm$ , 4.12a
Новиков 1.1abc $\frac{1}{2}$ 23ab $\pm$ c $\pm$ 4a, 2.12abd-g $\pm$ !, 3.1a $\mp$ b $\pm$ 2ab $\pm$ 3a $\pm$	Пашментов 1.1ab, 2.2a, 3.12ab3a, 4.12a, 5.1a
Попов 1.3bc $\pm$ 4a5, 2.4a, 3.2ab $\pm$ 3a $\pm$ , 4.3a	Приходько 1.1ab23a4ac, 3.1a $\pm$ b2ab $\pm$ 3a $\pm$ , 4.12
Райко 1.1ab234ab $\pm$ c, 2.12a-g34a, 3.123a $\pm$ 4.12a3a4a, 5.2a3a, 6.2a-f3ab, 7.1ab, 8.12a-eg3a $\pm$ !	
Сагаджиев (?) 1.1ab	Свириденков 1.1b3
Солод 4.12	Трифонов 1.1abc $\pm$ 23ac4a, 2.1
Федоров 1.1ab2b4c, 2.4a $\frac{1}{2}$ , 3.2a	Хабарова 1.1
Халайджи Леша 1.2b	Хачагурян 1.1ab
Шайдуров ЗД I, 2.12a $\pm$ be $\pm$ f3, 3.3c, 4.12a	Шарипова 1.123ac4, 2.12a-f34a, 3.12a3bc, 4.12, 5.12d $\pm$ !3
Шевцов 1.123ab $\pm$ c, ЗД IV $\pm$ , 4.2a4d $\frac{1}{2}$ , 6.12a-dg3 $\pm$ 4a $\pm$	Шльков 1.1ab, 4.12a
Шляпугин 1.1ab3bc $\frac{1}{2}$ 4a, 2.1	Шуклин 1.1ab2a
	Ягудин 4.1234abd $\pm$ , ЗД VI