

Задача 1. Докажите равенство $\partial^2 = 0$ для симплициальных гомологий.

Задача 2. Докажите, что симплициальные гомологии не зависят от порядка вершин.

Задача 3. Вычислите симплициальные гомологии n -мерного симплекса.

Задача 4. Найдите какую-нибудь явную симплициальную реализацию 2-мерного тора и вычислите его гомологии.

Задача 5. Найдите минимальное число вершин симплициальной реализации 2-мерного тора.

Задача 6. Для конечного симплициального комплекса X размерности n определим его эйлерову характеристику как $\chi(X) = c_0 - c_1 + c_2 - \dots + (-1)^n c_n$, где c_i — число i -мерных симплексов. Докажите, что $\chi(X) = \dim H_0(X, F) - \dim H_1(X, F) + \dim H_2(X, F) - \dots + (-1)^n \dim H_n(X, F)$ (F — поле).

Задача 7. Вычислите сингулярные гомологии точки.