

### Алгебра 1 Листок 2 17 сентября

Все кольца, в том числе кольцо целых чисел  $\mathbb{Z}$ , предполагаются ассоциативными и коммутативными

- 1) Пусть  $f : A \rightarrow B$  – отображения колец,  $K$  его ядро, а  $I$  его образ.
  - а) Докажите, что  $f$  – вложение тогда и только тогда когда идеал  $K$  нулевой.
  - б) Постройте изоморфизм (разумеется, как колец)  $A/K \rightarrow I$
- 2) однозначность разложения на простые множители целых чисел и рядом)
  - а) постройте алгоритм нахождения наибольшего делителя двух целых чисел посредством процедуры деления с остатком.
  - б) Пусть  $a$  и  $b$  взаимно просты. Докажите что если  $ax$  делится на  $b$  то  $x$  делится на  $b$ .
  - в) сформулируйте и докажите однозначность разложения на простые множители целых чисел.
  - г) Докажите, что в кольце целых чисел всякий идеал главный.
  - д) (КТО) Докажите, что для взаимно простых  $m$  и  $n$  вычет по модулю  $mn$  однозначно определяется вычетами по модулям  $m$  и  $n$ .
- 3) Докажите, что в кольце многочленов с целыми коэффициентами разложение на неприводимые однозначно