

Задача 9.1. Можно ли а) сечением; б) проекцией 4-мерного куба получить правильный 5-угольник?

Задача 9.2. а) Представьте грассманиан $\text{Gr}_{k,n}(\mathbb{R})$ k -мерных подпространств n -мерного пространства как фактор $O(n)/(O(k) \times O(n-k))$.

б*) Найдите в группе $SL_n(\mathbb{R})$ подгруппу P , фактор по которой представляет собой $\text{Gr}_{k,n}(\mathbb{R})$.

Задача 9.3. Постройте отображение $S^2 \times S^2$ на грассманиан $\text{Gr}_{2,4}(\mathbb{R})$, при котором у каждой точки ровно 2 прообраза.

(На самом деле, $S^2 \times S^2$ представляет собой грассманиан *ориентированных* двумерных подпространств в \mathbb{R}^4 .)

Задача 9.4. Постройте отображение квадрики $\{(z_0 : \dots : z_n) \mid z_0^2 + z_1^2 + \dots + z_n^2 = 0\} \subset \mathbb{C}P^n$ на грассманиан $\text{Gr}_{2,n+1}(\mathbb{R})$, при котором у каждой точки ровно 2 прообраза.

(На самом деле, эта квадрика представляет собой грассманиан *ориентированных* k -мерных подпространств.)