

Топология-2, семинар 6, 29.10.2015.

Задача 1. Вычислите гомологии произведения сфер $S^n \times S^n$ при $n \geq 2$, пользуясь клеточным разбиением.

Задача 2. Пусть N_g — замкнутая ориентируемая поверхность рода g , т.е. сфера с g вклеенными листами Мёбиуса. Вычислите гомологии поверхности N_g , пользуясь клеточной структурой с одной нульмерной клеткой, g одномерными клетками c_1, \dots, c_g и одной двумерной клеткой, приклеенной по слову $c_1^2 c_2^2 \dots c_g^2$.

Задача 3. Вычислите гомологии пространства X , полученного приклеиванием к $S^1 \vee S^1$ двух двумерных клеток по произвольным словам. В частности, рассмотрите случай приклеивания клеток по словам $a^5 b^{-3}$ и $b^3 (ab)^{-2}$. Что можно сказать о фундаментальной группе такого пространства?

Задача 4. Вычислите гомологии трёхмерного тора $T^3 = S^1 \times S^1 \times S^1$, пользуясь клеточным разбиением.

Задача 5. Докажите, что для конечных клеточных пространств X, Y имеет место соотношение $\chi(X \times Y) = \chi(X) \times \chi(Y)$.

Задача 6. Докажите, что если $X = A \cup B$, где X — клеточное пространство, а A, B — клеточные подпространства в X , то $\chi(X) = \chi(A) + \chi(B) - \chi(A \cap B)$.

Задача 7. Докажите, что для n -листного накрытия $p: \tilde{X} \rightarrow X$ над конечным клеточным пространством X имеет место соотношение $\chi(\tilde{X}) = n\chi(X)$.